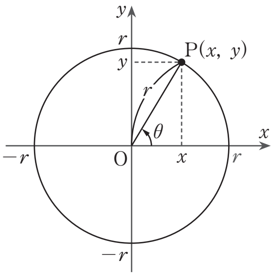
PART3 三角関数

要点 ① 三角関数

ここでは, 数学Ⅰで学んだ三角比 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ を, θ が一般角の場合において定義する。以下，角度は弧度法で表す。



右図のように，原点を中心とする半径 r の円において，x 軸の正の部分を始線とする一般角 θ の動径と，円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると

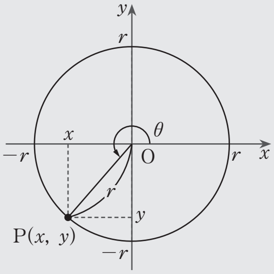
$$\frac{y}{r},\ \frac{x}{r},\ \frac{y}{x}$$

の各値は，円の半径 r に関係なく，角 θ だけで定まる。

よって，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を「θ の　　」として，以下のように定義する。

三角関数

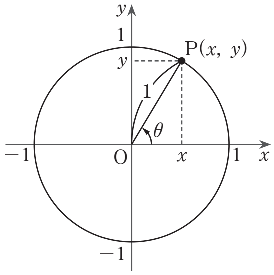
$$\sin\theta=\frac{y}{r},\qquad \cos\theta=\frac{x}{r},\qquad \tan\theta=\frac{y}{x}$$



$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を，それぞれ一般角 θ の「　　」「　　」「　　」といい，これらをまとめて，一般角 θ の「　　　　」という。

※$\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\pi$ (n は整数) のときは，$x=0$ となるから，$\tan\theta$ は定義されない。

要点 ② 三角関数と単位円



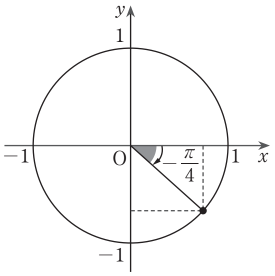
右図のように，単位円(原点を中心とする半径 1 の円)において，x 軸の正の部分を始線とする一般角 θ の動径と，円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると

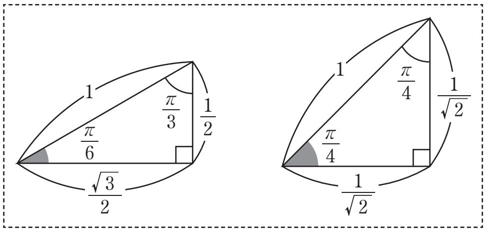
$$\sin\theta=\frac{y}{1}=y,\quad \cos\theta=\frac{x}{1}=x$$

つまり，$\sin\theta$ の値は点 P の「　座標」，$\cos\theta$ の値は点 P の「　座標」と一致する。

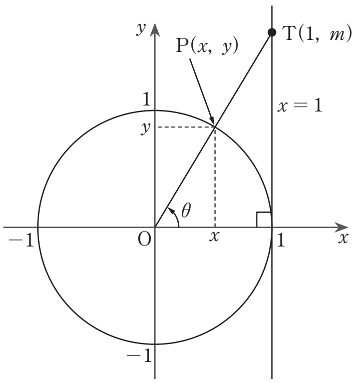
また，$-1 \leqq y \leqq 1$，$-1 \leqq x \leqq 1$ より，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ である。

例　$\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$，$\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$ の値を単位円で考える。





$\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) =$　　　　，$\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) =$



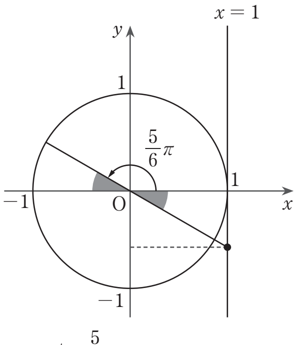
右図の単位円において，x 軸の正の部分を始線とする一般角 θ の動径と円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$，直線 $x=1$ との交点を $\mathrm{T}(1,\ m)$ とすると

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{m}{1} = m$$

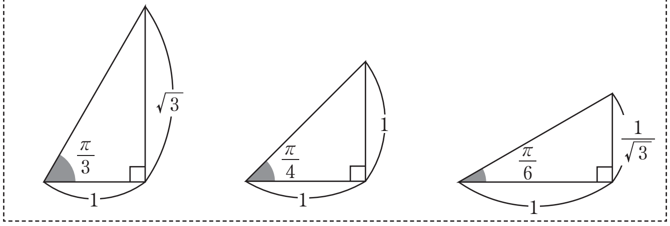
つまり，$\tan\theta$ の値は点 T の「　座標」と一致する。

点 T は直線 $x=1$ 上のすべての点を動くので，$\tan\theta$ の値の範囲は，すべての実数である。

例　$\tan\dfrac{5}{6}\pi$ の値を単位円で考える。



$\tan\dfrac{5}{6}\pi =$



3 次の角 θ について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(1) $\theta=\dfrac{4}{3}\pi$　(2) $\theta=\dfrac{11}{6}\pi$　(3) $\theta=-\dfrac{7}{4}\pi$　(4) $\theta=\dfrac{3}{2}\pi$

Point Pickup

単位円を用いた三角関数の値

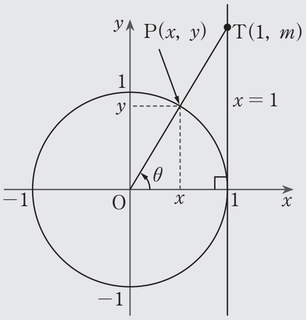
単位円において，x 軸の正の部分を始線とする角 θ の動径と円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$，直線 $x=1$ との交点を $\mathrm{T}(1,\ m)$ とすると

$$\sin\theta=y,\ \cos\theta=x,\ \tan\theta=m$$

であり，$\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$，$\mathrm{T}(1,\ \tan\theta)$ である。

また，$-1\leqq\sin\theta\leqq1$，$-1\leqq\cos\theta\leqq1$ であり，

$\tan\theta$ の値の範囲はすべての実数である。



第 8 講　PART3 確認問題

次の角 θ について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

1　$\theta=\frac{5}{3}\pi$

$\sin\theta=$ ア ，$\cos\theta=$ イ ，$\tan\theta=$ ウ

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $-\sqrt{3}$　⑧ $\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑨ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

2　$\theta=\frac{5}{4}\pi$

$\sin\theta=$ エ ，$\cos\theta=$ オ ，$\tan\theta=$ カ

① 1　② -1　③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

④ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $\sqrt{3}$　⑧ $\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑨ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

3 $\theta=-\frac{5}{6}\pi$

$\sin\theta=$ キ , $\cos\theta=$ ク , $\tan\theta=$ ケ

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $-\sqrt{3}$　⑧ $\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑨ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

4 $\theta=\pi$

$\sin\theta=$ コ , $\cos\theta=$ サ , $\tan\theta=$ シ

① 1　② -1　③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

④ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ 0　⑧ $\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑨ 定義されない

【MEMO】

PART3 三角関数

3 次の角 θ について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(1) $\theta=\dfrac{4}{3}\pi$　(2) $\theta=\dfrac{11}{6}\pi$　(3) $\theta=-\dfrac{7}{4}\pi$　(4) $\theta=\dfrac{3}{2}\pi$

[解答]

(1) $\sin\dfrac{4}{3}\pi=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\dfrac{4}{3}\pi=-\dfrac{1}{2}$，$\tan\dfrac{4}{3}\pi=\sqrt{3}$

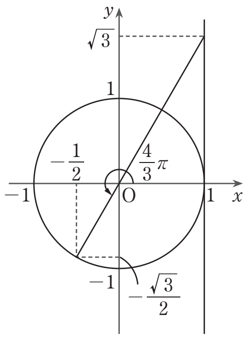
(2) $\sin\dfrac{11}{6}\pi=-\dfrac{1}{2}$，$\cos\dfrac{11}{6}\pi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\dfrac{11}{6}\pi=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(3) $\sin\left(-\dfrac{7}{4}\pi\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos\left(-\dfrac{7}{4}\pi\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\tan\left(-\dfrac{7}{4}\pi\right)=1$

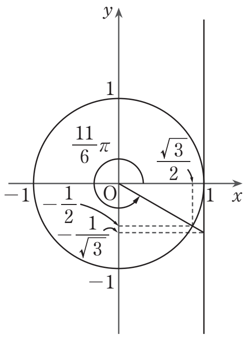
(4) $\sin\dfrac{3}{2}\pi=-1$，$\cos\dfrac{3}{2}\pi=0$，$\tan\dfrac{3}{2}\pi$ は定義されない

（参考図）

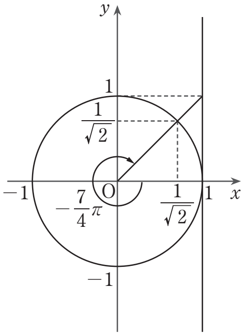
(1)



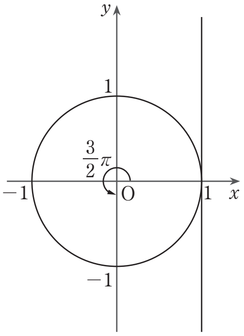
(2)



(3)


y
1
$\frac{1}{\sqrt{2}}$
−1
O
1
x
$-\frac{7}{4}\pi$
$\frac{1}{\sqrt{2}}$
−1

(4)


y
1
$\frac{3}{2}\pi$
−1
O
1
x
−1

第 8 講　PART3 確認問題 解答

1

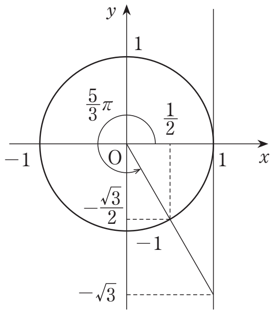
[正解] ア：⑥，イ：②，ウ：⑦

[解説]

$\sin\frac{5}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ [A]

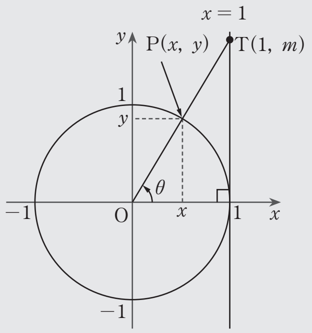
$\cos\frac{5}{3}\pi = \frac{1}{2}$

$\tan\frac{5}{3}\pi = -\sqrt{3}$



[A]　単位円を用いた三角関数の値
単位円において，x 軸の正の部分を始線とする角 θ の動径と円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$，直線 $x=1$ との交点を $\mathrm{T}(1,\ m)$ とすると

$\sin\theta = y$，$\cos\theta = x$，$\tan\theta = m$



2

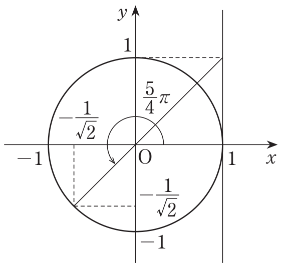
[正解] エ：④，オ：④，カ：①

[解説]

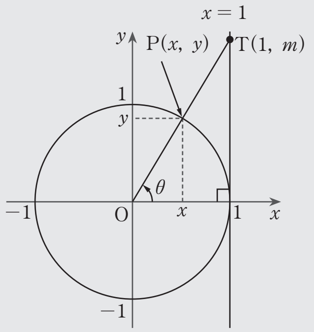
$\sin\frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ [B]

$\cos\frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\frac{5}{4}\pi = 1$



[B]



$\sin\theta = y$，$\cos\theta = x$，$\tan\theta = m$

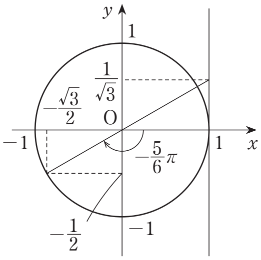
3 [正解] キ：③，ク：⑥，ケ：⑧

[解説]

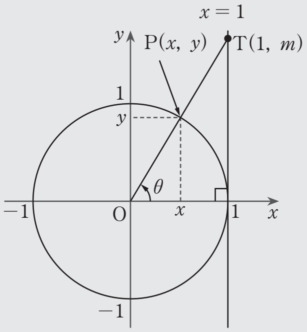
$$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=-\frac{1}{2}$$ [C]

$$\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}$$



[C]



$\sin\theta=y$，$\cos\theta=x$，$\tan\theta=m$

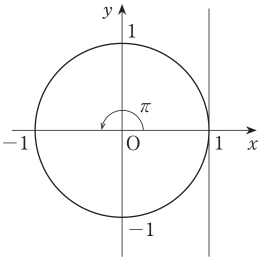
4 [正解] コ：⑦，サ：②，シ：⑦

[解説]

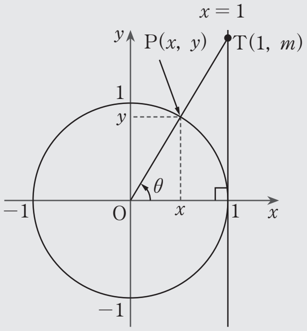
$\sin\pi=0$ [D]

$\cos\pi=-1$

$\tan\pi=0$



[D]



$\sin\theta=y$，$\cos\theta=x$，$\tan\theta=m$